

111年高一寒假作業

班級： 年 班

座號：

姓名：



110-1 高一 寒假作業

國文科

- 1、補充文選 1：L5 白髮與臍帶、L6 先妣事略
- 2、國文課本 1：L8 孔乙己、L9 髻、L10 項脊軒志

英文科

Live ABC 雜誌 2022 年一月號（測驗含聽力大題）

數學科



班級：_____ 姓名：_____

1. 將下列各小數化成最簡分數：

(1) 0.732 。

(2) $5.\overline{12}$ 。

(3) $0.15\overline{8}$ 。

2. 已知有理數 a, b 滿足 $(a+2\sqrt{3})^2 = b+4\sqrt{3}$ ，求 a, b 的值。

3. 已知 $x - \frac{1}{x} = -2$ ，求下列各式的值：

(1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 。

(2) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ 。

4. 已知 $\sqrt{6-2\sqrt{5}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，求 $a + \frac{1}{b}$ 的值。

5. 解下列各不等式：

(1)
$$\begin{cases} |x+1| < 3, \\ |1-x| \leq 4. \end{cases}$$

(2) $1 < |2x-3| < 4$ 。

6. 設 a, b 為實數，已知 $|2x+a| \leq b$ 的解為 $-8 \leq x \leq 2$ ，求 a, b 的值。

7. 服用止痛藥經過 h 小時後，殘留在身體裡的量為原來的 y 倍，其中 y 與 h 的關係為

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{4}}。問：$$

- (1) 當殘留的藥量為原來的 $\frac{1}{64}$ 倍時，才會被認定為代謝完成，那麼服用一顆止痛藥，至少需要幾個小時才能代謝完成？
- (2) 服用一顆止痛藥三天後，殘留在身體裡的量為原來的幾倍？

8. 利用指數律，求下列各式的值：

$$(1) \left(\frac{1}{2}\right)^{1+\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{1-\sqrt{3}}。$$

$$(2) \left(9^{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{2\sqrt{2}}}。$$

$$(3) \frac{3^{\sqrt{18}}}{27^{\sqrt{2}}}。$$

9. 芮氏規模為地震大小的標度，芮氏規模每增加 1，釋放的能量約變為 32 倍。

- (1) 已知芮氏規模 7 所釋放的能量是芮氏規模 3 的 2^n 倍，求 n 的值。
- (2) 問：芮氏規模 5.1 所釋放的能量是芮氏規模 3 的幾倍？（四捨五入到整數位）

10. 已知 $4^a = 5$ ，求 $8^a - 2^{a+2}$ 的值。

11. 求下列各數的值：

(1) $\log 100000$ 。

(2) $\log \frac{1}{10000}$ 。

12. 已知 $b = \log 7$ ，求下列各數的值：

(1) 10^b 。

(2) $100^b + 10^{-b}$ 。

13. 流感病毒的直徑約為 100 奈米（3 位有效數字）且 1 奈米等於 10^{-7} 公分，問：將其以科學記號表示時為多少公分？

14. 將直線 L 往右平移 3 單位，再向下平移 2 單位後，所得的直線為 $3x - 4y = 0$ 。求直線 L 的方程式。

15. 求點 $A(2, 4)$ 對於直線 $L: x + y = 0$ 的對稱點坐標。

16. 已知點 $P(-2, 1)$ 到直線 $L: 12x - 5y + k = 0$ 的距離為 2，求 k 的值。

17. 求下列各直線方程式：

- (1) 通過 $(-1, 2)$ ， $(0, 3)$ 兩點的直線。
- (2) 通過 $(0, 3)$ ，斜率為 -4 的直線。
- (3) x 截距為 -3 且 y 截距為 5 的直線。
- (4) 通過點 $(2, 3)$ 且與直線 $5x - 2y = 1$ 垂直的直線。
- (5) 通過兩直線 $x + 2y = 3$ 和 $2x - y = 1$ 的交點，且與直線 $2x - 3y = 7$ 平行的直線。

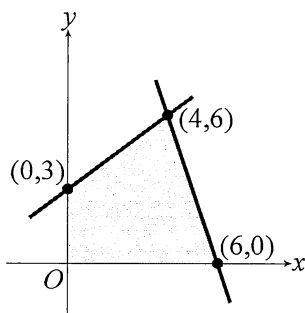
18. 已知平面上兩直線 $L_1: ax + 3y = 12$ 與 $L_2: 6x + by = c$ 互相垂直於點 $(3, 2)$ ，求 $a + b + c$ 。

19. 設 $A(-1, 5)$ ， $B(7, 1)$ ， $C(5, -3)$ 。

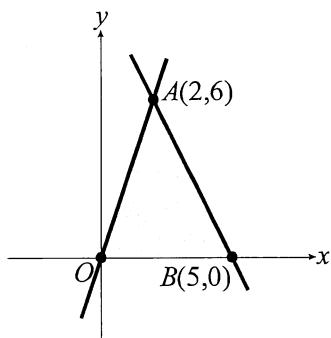
- (1) 求 $\triangle ABC$ 的外心坐標。（外心為三中垂線的交點）
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的垂心坐標。（垂心為三高的交點）

20. 設直線 L 通過點 $(4, 1)$ 且與兩軸圍成的三角形面積為 1 。求 L 的方程式。

21. 已知二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} ax - 4y + 12 \geq 0 \\ 3x + by - 18 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 的解圖示為如圖鋪色部分，求 a ， b 的值。



22. 已知圖為二元一次聯立不等式 $\begin{cases} x+ay \geq 0 \\ bx+cy \leq 5 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 的解區域，求 a, b, c 。



23. (1) 求以點 $(-1, 0)$ 為圓心，半徑為 $\sqrt{5}$ 的圓方程式。

(2) 已知圓 $C: x^2 + y^2 = k$ 通過 $A(\sqrt{3}, -1)$ ，求 k 的值。

24. 已知 $\overline{AB}$ 為圓 $(x-4)^2 + (y-1)^2 = k$ 的直徑，其中點 $A(2, 3)$ ，求 k 的值及 B 點的坐標。

25. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + k = 0$ 的半徑為 3，求 k 的值。

26. 試判斷下列方程式所代表的圖形：

(1) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ 。

(2) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$ 。

(3) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 17 = 0$ 。

27. 求符合下列條件的圓方程式：

- (1) 以 $A(2, -3)$ ， $B(-4, 1)$ 為直徑兩端點的圓。
- (2) 與圓 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 1 = 0$ 同圓心，且通過點 $(3, 5)$ 的圓。
- (3) 通過兩點 $(1, 4)$ ， $(0, 3)$ 且圓心在 x 軸上的圓。

28. 已知 $x^2 + y^2 + 2x + 2y + (7 - k) = 0$ 的圖形為一圓，求 k 的範圍。

29. 已知 $A(5, 10)$ ， $B(6, 9)$ 及 $C(-2, 3)$ ，

- (1) 分別求 $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ 的中垂線方程式。
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的外接圓方程式。

30. 已知圓 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 13^2$ 與直線 $L: 3x + 4y + k = 0$ 交於 A ， B 兩相異點，且 $\overline{AB} = 24$ ，求實數 k 的值。

31. 已知通過圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + my + n = 0$ 上一點 $(-1, 3)$ 的切線為 $3x - 4y + 15 = 0$ ，求實數 m ， n 的值。

32. 已知圓 $C: x^2 + y^2 - 4y + k = 0$ 與直線 $L: x - 2y = 0$ 相交，求實數 k 的範圍。

33. 已知圓 $C: x^2 + y^2 + 2x + k = 0$ 與直線 $15x - 8y - 2 = 0$ 交於 A, B 兩相異點，且 $\overline{AB} = 4$ ，求實數 k 的值。

34. 已知圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ ，求通過點 $(6, 3)$ 的切線方程式。

35. 已知圓 $(x+1)^2 + y^2 = 2$ 與直線 $y = mx - 3$ 相切，求實數 m 的值。

36. 已知圓 C 的圓心為 $M(0, 2)$ ，半徑為 1。自點 $P(1, -1)$ 向圓 C 做兩條切線，分別切圓 C 於 A, B 兩點，求四邊形 $PAMB$ 的面積。

37. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-3$ 的餘式為 16；除以 $x+4$ 的餘式為 -19，求 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 12$ 的餘式。

38. 已知 $f(x) = 3x^5 - 22x^4 - 12x^3 - 33x^2 + 10x + 5$ ，求 $f(8)$ 的值。

39. 求 $f(x) = 128x^7 + 4x^2 - 2x + 3$ 除以 $2x + 1$ 的餘式。

40. 已知 $2x^3 + ax^2 - 8x + 7$ 除以 $x^2 + 2x - 3$ 的餘式為 4，求實數 a 的值及商式。

41. 將 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x + 3$ 表示為 $a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 的形式，並計算 $f(0.99)$ 的近似值到小數點以下第二位（第三位四捨五入）。

42. 已知 $f(x)$ 是三次多項式，滿足 $f(0) = f(1) = f(2) = 0$ 且 $f(3) = 24$ ，求 $f(x)$ 。

43. 已知 $2x^3 - x^2 + ax + b$ 可被 $x^2 - 2x - 1$ 整除，求實數 a, b 的值及商式。

44. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為 8；除以 $x+1$ 的餘式為 2，求 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x+1)$ 的餘式。

45. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $3(x-1)(x-2)+g(x)$ ，其中 $g(x)$ 為一次多項式，且 $f(1)=-3$ ， $f(3)=7$ ，求

(1) $g(x)$ 。

(2) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式。

46. 在 $2 \leq x \leq 4$ 的範圍內，求二次函數 $y = -2x^2 + 4x + 3$ 的最大值。

47. 已知二次函數 $f(x) = -2x^2 + 8x + (k-3)$ 的值恆為負數，求實數 k 的範圍。

48. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$ 在 $x=3$ 時有最大值 8，求實數 a ， b 的值。

49. 設三次函數 $y=f(x)=a(x+1)^3+b(x+1)+c$ 。已知廣域看 $y=f(x)$ 的圖形會很接近 $y=-2x^3$ 的圖形，而局部看 $y=f(x)$ 在 $x=-1$ 附近的圖形卻近似於直線 $y=5x+3$ ，求實數 a, b, c 的值。

50. 將 $f(x)=(x+1)^3-2(x+1)+5$ 的圖形往右平移 3 單位，再向下平移 4 單位後，得 $g(x)$ 的圖形，求 $g(x)$ 的 x 項係數。

51. 已知 $y=3(x-h)^3+8(x-h)+k$ 圖形的對稱中心為 $(-2, 5)$ ，求實數 h, k 的值。

52. 解下列二次不等式：

(1) $2x^2-8x+11>0$ 。

(2) $x^2-2\sqrt{3}x+5<0$ 。

53. 解下列不等式：

(1) $(x+2)(x-1)(x-3) \geq 0$ 。

(2) $(x+1)^2(x-2) \geq 0$ 。

54. 已知 $f(x)$ 是首項係數為 1 的三次多項式，且不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $0 < x < 1$ 或 $x > 1$ ，求不等式 $f(x) > x$ 的解。

55. 解下列不等式：

(1) $(x+1)(x+2)(x+3) < 0$ 。

(2) $(x-1)(x+2)(x-2)^2(x-3)^3 \geq 0$ 。

(3) $(x^2+x+1)(x^2-6x+9) \leq 0$ 。

(4) $(x-2)^2(x-1)(x+2)(x^2+x+3) \leq 0$ 。

《參考答案》

1. (1) $\frac{183}{250}$
(2) $\frac{169}{33}$
(3) $\frac{157}{990}$
2. $a=1$, $b=13$
3. (1)6 (2)-14
4. $\sqrt{5}+3$
5. (1) $-3 \leq x < 2$, 即 $[-3, 2)$
(2) $-\frac{1}{2} < x < 1$ 或 $2 < x < \frac{7}{2}$, 即 $(-\frac{1}{2}, 1) \cup (2, \frac{7}{2})$
6. $a=6$, $b=10$
7. (1)24 小時 (2) $\frac{1}{262144}$
8. (1) $\frac{1}{4}$ (2)3 (3)1
9. (1)20 (2)1448
10. $\sqrt{5}$
11. (1)5 (2)-4
12. (1)7 (2) $\frac{344}{7}$
13. 1.00×10^{-5} 公分
14. $3x-4y+17=0$
15. $(-4, -2)$
16. 3 或 55
17. (1) $x-y+3=0$
(2) $4x+y-3=0$
(3) $5x-3y+15=0$
(4) $2x+5y=19$
(5) $2x-3y=-1$
18. 8
19. (1)(2,1) (2)(7,1)
20. $x-2y=2$ 或 $x-8y=-4$
21. $a=3$, $b=1$
22. $a=-\frac{1}{3}$, $b=1$, $c=\frac{1}{2}$
23. (1) $(x+1)^2+y^2=5$
(2)4
24. $k=8$, $(6, -1)$
25. -4
26. (1)圓心 $(2, -3)$, 半徑 5 的圓
(2)一個點 $(2, -3)$
(3)圖形不存在
27. (1) $(x+1)^2+(y+1)^2=13$
(2) $(x+1)^2+(y-2)^2=25$
(3) $(x-4)^2+y^2=25$
28. $k > 5$
29. (1) $x-y+4=0$, $4x+3y-26=0$
(2) $(x-2)^2+(y-6)^2=25$
30. $k=20$ 或 -30
31. $m=2$, $n=-20$
32. $k \leq \frac{4}{5}$
33. -4
34. $y-3=0$ 與 $5x-12y+6=0$
35. $m=7$ 或 -1
36. 3
37. $5x+1$
38. 21
39. 4
40. $a=3$, 商式為 $2x-1$
41. 5.98
42. $f(x)=4x(x-1)(x-2)$
43. $a=-8$, $b=-3$, 商式為 $2x+3$
44. $2x+4$
45. (1) $g(x)=2x-5$
(2) $2x-5$
46. 3
47. $k < -5$
48. $a=-1$, $b=6$
49. $a=-2$, $b=5$, $c=-2$
50. 10
51. $h=-2$, $k=5$
52. (1)全體實數 (2)無實數解
53. (1) $-2 \leq x \leq 1$ 或 $x \geq 3$, 即 $[-2, 1] \cup [3, \infty)$
(2) $x=-1$ 或 $x \geq 2$
54. $x > 2$, 即 $(2, \infty)$
55. (1) $x < -3$ 或 $-2 < x < -1$, 即 $(-\infty, -3) \cup (-2, -1)$
(2) $-2 \leq x \leq 1$ 或 $x=2$ 或 $x \geq 3$
(3) $x=3$
(4) $-2 \leq x \leq 1$ 或 $x=2$