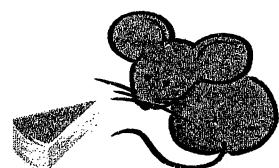


109年高二寒假作業

班級： 年 班

座號：

姓名：



高二寒假作業

國文科

始業考範圍：

課本及語練：燭之武退秦師、始得西山晏遊記、赤壁賦

課外文選：秋聲賦、唐詩選(考題會參考文後選擇)

漸進式閱讀第九回(開學檢查)

始業考成績占學期成績 3%

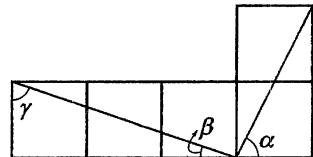
英文科

- 英文雜誌：1月 ALL+(全)
- 考試範圍：1月 ALL+(全)(包含聽力)

108 學年度【高二數學科】寒假作業練習（第三冊）

請同學利用寒假期間確實複習第三冊內容，開學日當天將進行此範圍之測驗。

1. 右圖是由 5 個邊長都是 1 的正方形構成，請計算下列各值：(1) $\sin \alpha$ 。(2) $\cos \beta$ 。(3) $\tan \gamma$ 。



2. 已知 $\tan \theta = 3$ ，求 $\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{4 \sin \theta - \cos \theta}$ 之值。

3. 已知 $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ，若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$ ，試求下列各值：(1) $\sin \theta \cos \theta$ 。(2) $\sin 2\theta$ 。(3) $\sin \theta - \cos \theta$ 。

(4) $\sin \theta$ 。

4. (1) 求 $\sin 750^\circ \cos(-840^\circ) + \tan(-225^\circ) \cos 180^\circ$ 之值。

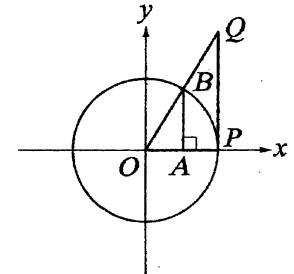
(2) 求 $\cos 40^\circ \sin 160^\circ - \sin 220^\circ \cos 340^\circ$ 之值。

5. 已知點 $P(3, y)$ 為標準位置角 θ 的終邊上一點，且 $\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ ，求：

(1) y 值。(2) $\tan(180^\circ - \theta) \times \sin(90^\circ + \theta)$ 之值。

6. 極坐標平面上兩點 $P\left[4, \frac{2\pi}{3}\right]$ 、 $Q\left[3, -\frac{2\pi}{3}\right]$ ，求 \overline{PQ} 長度。

7. 如圖，圓 O 為一單位圓， \overline{PQ} 與圓 O 相切於 P 點， \overline{BA} 垂直於 x 軸。若 $\overline{PQ} = \frac{4}{3}$ ，求 $\triangle OAB$ 的面積。



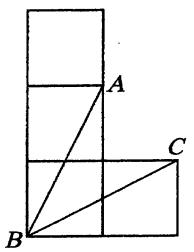
8. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{AC} = 10$ ， $\angle A = 120^\circ$ 。設 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，求線段 \overline{AD} 之長。

9. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 75^\circ$ ， $\overline{BC} = 12$ 。試求：(1) \overline{AC} 的長度。 (2) $\triangle ABC$ 的外接圓半徑。

10. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AC} = 7$ 。設 D 在 \overline{BC} 上滿足 $\overline{BD} = 3$ ， $\overline{CD} = 2$ ，試求 \overline{AD} 的長度。

11. 已知 $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ ， $270^\circ < \beta < 360^\circ$ ，且 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ， $\cos \beta = \frac{5}{13}$ ，試求 $\sin(\alpha + \beta)$ 與 $\cos(\alpha - \beta)$ 之值。

12. 右圖為4個邊長為1的正方形構成，試求 $\tan \angle ABC$ 的值。



13. 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，且 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ ，試求：(1) $\cos 2\theta$ 。(2) $\cos \frac{\theta}{2}$ 。

14. 設 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ 且 $\tan \theta = 1.647$ ，利用下面的三角函數值表與內插法，試求 θ 之值。

角度	sin	cos	tan
.....
58°00'	.8480	.5299	1.600
10'	.8496	.5275	1.611
20'	.8511	.5250	1.621
30'	.8526	.5225	1.632
40'	.8542	.5200	1.643
50'	.8557	.5175	1.653
.....

15. 小美在平地 A 點測得湖泊 O 在其東 75° 北方向，她向正北方移動 300 公尺後到達 B 點，再測得湖泊 O 在其南 30° 東方向，試求 O 、 A 兩地的距離。

16. 一塔高 100 公尺，在塔頂測量東 45° 南方向的觀測站 A 與西 15° 北方向的觀測站 B ，分別測得 A 的俯角為 45° 、 B 的俯角為 30° ，試求觀測站 A 和 B 的距離。

17. 已知 $A(5, -1)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(4, 4)$ ，且點 D 、 E 在 x 軸上：

(1) 若 \overline{AB} 平行 \overline{CD} ，試求 D 點坐標。(2) 若 \overline{AB} 垂直 \overline{BE} ，試求 E 點坐標。

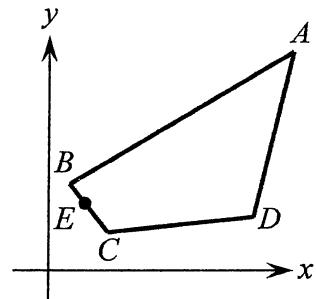
18. 設直線 L 與另一直線 $3x - 2y + 7 = 0$ 垂直，且 L 的兩軸截距之和為 8，求直線 L 的方程式。

19. 已知方程組 $\begin{cases} x + (k-2)y + k = 0 \\ kx + 3y + 1 = 0 \end{cases}$ 無解，求實數 k 之值。

20. 坐標平面上，設直線 L 的斜率為 m ， y 截距為 5。若兩點 $A(2, 1)$ 、 $B(-3, 2)$ 在直線 L 的異側，試求 m 的範圍。

21. 美美公司使用紅、黃兩色礦砂生產兩種合金，其中 A 合金每單位使用紅色礦砂 40 公克、黃色礦砂 60 公克； B 合金每單位使用紅色礦砂 30 公克、黃色礦砂 30 公克。已知每售出一單位 A 合金，公司可賺 500 元；每售出一單位 B 合金，公司可賺 300 元。現在公司進了 1200 公克的紅色礦砂及 1500 公克的黃色礦砂，若充分使用這些礦砂來生產 A 、 B 合金，假設生產的合金皆可全部售出，試問分別生產 A 、 B 合金各多少單位，可使公司最多獲利多少元？

22. 設一線性規劃問題的可行解區域為下圖所示的四邊形 $ABCD$ 內部(含邊界)，其中 \overleftrightarrow{AB} 之斜率為 $\frac{1}{2}$ ， \overleftrightarrow{BC} 之斜率為 -1 ， \overleftrightarrow{CD} 之斜率為 $\frac{1}{7}$ ， \overleftrightarrow{DA} 之斜率為 3 。若目標函數 $kx + y + 16$ 在四邊形 $ABCD$ 的邊界上一點 $E(5, 4)$ 有最小值 m ，求實數對 (k, m) 。



23. 已知 $A(2, 2)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(-2, -2)$ 三點，試求 $\triangle ABC$ 的：(1)外接圓方程式。(2)外心坐標。(3)外接圓半徑。

24. 一圓通過兩點 $A(1, 2)$ 、 $B(5, -2)$ ，且其圓心落在直線 $3x - y - 7 = 0$ 上，求此圓的方程式。

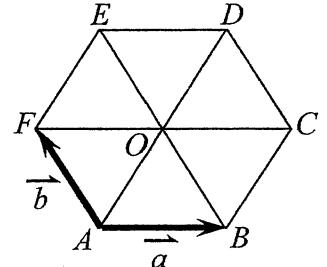
25. 設圓 $C: x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 = 0$ ，試求點 $P(-1, 2)$ 到圓 C 的最近距離與最遠距離。

26. 設圓 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ ，求過 $P(4, 2)$ 點且與圓 C 相切的直線方程式。

27. 設一直線 $L: x + y + a = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + b = 0$ 相切於點 $A(c, -1)$ ，求實數對 (a, b, c) 。

28. 右圖為正六邊形 $ABCDEF$ ，其中 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ， $\vec{b} = \overrightarrow{AF}$ ，試以 \vec{a} 、 \vec{b} 表示下列各向量：

- (1) \overrightarrow{CF} 。(2) \overrightarrow{EF} 。(3) \overrightarrow{AC} 。(4) \overrightarrow{AE} 。(5) \overrightarrow{CE} 。



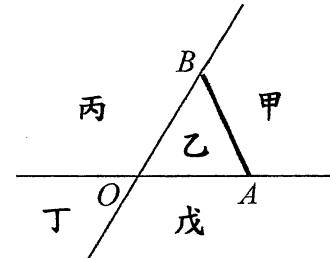
29. 如圖，兩直線 \overrightarrow{OA} 、 \overrightarrow{OB} 交於 O 點，判斷下列各向量的終點會落在圖中的哪個區域：

(請填入甲、乙、丙、丁、戊、 \overline{AB})

(1) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$: _____。 (2) $\frac{3}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{5}\overrightarrow{OB}$: _____。

(3) $-2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$: _____。 (4) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB}$: _____。

(5) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$: _____。



30. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AC} = 2$ ， $\angle CAB = 60^\circ$ ，設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，請選出正確的選項：

- (1) $x + y = 1$ 時，點 P 所成圖形為一直線
 (2) $x + y = 1$ ，且 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 時，點 P 所成圖形為一線段
 (3) $x = 1$ ， $0 \leq y \leq 1$ 時，點 P 所成圖形為一直線
 (4) $\triangle ABC$ 面積為 $3\sqrt{3}$
 (5) $-1 \leq x \leq 2$ 、 $0 \leq y \leq 2$ 時，點 P 所成圖形之面積為 $9\sqrt{3}$ 。

31. 坐標平面上 $A(a, 3)$ 、 $B(4, -7)$ 、 $C(24, c)$ 三點共線，其中 C 不在 A 、 B 之間，且 $\overline{AC}:\overline{BC} = 3:2$ ，求數對 (a, c) 。

32. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中， P 為 \overline{BC} 邊之中點， Q 在 \overline{AC} 邊上且 $\overline{CQ}=2\overline{AQ}$ 。已知 $\overrightarrow{PA}=(5,2)$ ，

$\overrightarrow{PQ}=(4,1)$ ，求 \overrightarrow{BC} 。

33. 設一正方形 $ABCD$ 邊長為6，試求 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$ 之值。

34. 已知兩向量 \overrightarrow{a} 與 \overrightarrow{b} 的夾角為 60° ，且 $|\overrightarrow{a}|=2$ ， $|\overrightarrow{b}|=3$ 。設 $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$ ，求 \overrightarrow{OP} 的長度。

35. 已知 $\overrightarrow{a}=(-6,2)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,1)$ ，求 \overrightarrow{a} 與 \overrightarrow{b} 的夾角度數。

36. 設 $\overrightarrow{a}=(1,2)$ ， $\overrightarrow{b}=(t,1)$ ：

(1)若 $(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})/\!/(\overrightarrow{2a}-\overrightarrow{b})$ ，求實數 t 值。(2)若 $(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})\perp(\overrightarrow{2a}-\overrightarrow{b})$ ，求實數 t 值。

37. 已知向量 $\overrightarrow{OA}=(2,-2)$ 、 $\overrightarrow{OB}=(1,2)$ ，且 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OA}$ ， $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{OB}$ ，求 \overrightarrow{OC} 。

38. 設 $A(8,9)$ 、 $B(-2,4)$ 、 $C(1,8)$ ，求：(1) \overrightarrow{BA} 在 \overrightarrow{BC} 上的正射影與正射影長。(2) A 點在直線 BC 上的正射影。

39. 設實數 x 、 y 滿足 $x - 2y - 14 = 0$ ， $(x-1)^2 + 9y^2$ 有最小值，以及此時 (x, y) 之值。

40. 試求兩直線 $L_1 : 3x - 5y - 7 = 0$ 、 $L_2 : x + 4y + 3 = 0$ 的交角。

41. 已知直線 $L: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -1 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ ，下列關於直線 L 的敘述，哪些是正確的？

- (1) 點 $(1, -3)$ 在 L 上
- (2) $(3, -2)$ 為 L 的一個法向量
- (3) $\begin{cases} x = -2 + 6t \\ y = -1 - 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ 與 L 為同一直線
- (4) L 的斜率為 $-\frac{2}{3}$
- (5) 原點與 L 的距離為 $\frac{7}{13}$ 。

42. 試求與直線 $L: 3x + 4y + 2 = 0$ 平行且距離為 3 的直線方程式。

43. 設 $\triangle ABC$ 中三頂點坐標為 $A(2, 5)$ 、 $B(6, 3)$ 、 $C(x, -2)$ ，若 $\triangle ABC$ 面積為 12，試求 x 值。

44. 試求行列式 $\begin{vmatrix} 299 & 297 \\ 303 & 301 \end{vmatrix}$ 的值。

45. 利用克拉瑪公式，解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 3x - 4y = 17 \end{cases}$ 。

46. 設聯立方程式 $\begin{cases} x + 3y = kx \\ 5x + 3y = ky \end{cases}$ 除了 $x = 0, y = 0$ 之外還有其他的解，求實數 k 的值。

Ans.

[1] (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$; (2) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$; (3) 3	[2] 1
[3] (1) $\frac{12}{25}$; (2) $\frac{24}{25}$; (3) $-\frac{1}{5}$; (4) $\frac{3}{5}$	[4] (1) $\frac{3}{4}$; (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
[5] (1) -9; (2) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$	[6] $\sqrt{37}$
[7] $\frac{6}{25}$	[8] $\frac{15}{4}$
[9] (1) $6\sqrt{6}$; (2) $6\sqrt{2}$	[10] 7
[11] $\frac{16}{65}$; $\frac{33}{65}$	[12] $\frac{3}{4}$
[13] (1) $\frac{7}{25}$; (2) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$	[14] $238^\circ 44'$

[15] $150\sqrt{2}$	[16] $100\sqrt{7}$
[17] (1)(7,0) ; (2)(-2,0)	[18] $10x+15y-48=0$
[19] 3	[20] $m < -2$ 或 $m > 1$
[21] 限制條件為 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 40x+30y \leq 1200, x, y \in \mathbb{Z}, \\ 60x+30y \leq 1500 \end{cases}$ 目標函數為 $500x+300y$ ，則生產 15 單位的 A 合金，20 單位的 B 合金，最多可獲利 13500 元	[22] (1,25)
[23] (1) $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$; (2) (1,-1) ; (3) $\sqrt{10}$	[24] $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$
[25] $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$	[26] $5x - 12y + 4 = 0$ 、 $x = 4$
[27] (-1,3,2)	[28] (1) $-2\vec{a}$; (2) $-\vec{a} - \vec{b}$; (3) $2\vec{a} + \vec{b}$; (4) $\vec{a} + 2\vec{b}$; (5) $\vec{b} - \vec{a}$
[29] (1)甲；(2)戊；(3)丁；(4)乙；(5) \overline{AB}	[30] (1)(2)
[31] (-6,-27)	[32] (4,-2)
[33] -36	[34] $6\sqrt{3}$
[35] 135°	[36] (1) $\frac{1}{2}$; (2) $\frac{7}{2}$ 或 -2
[37] (6,6)	[38] (1)(6,8) , 10 ; (2)(4,12)
[39] 當 $(x,y) = (10,-2)$ 時，有最小值為 117	[40] 45° 、 135°
[41] (1)(3)(4)	[42] $3x+4y+17=0$ 、 $3x+4y-13=0$
[43] 4 或 28	[44] 8
[45] $\Delta = -26$, $\Delta_x = -78$, $\Delta_y = 52$; $x = 3$, $y = -2$	[46] -2 或 6